

## 111. Stiftungsfest der Technischen Verbindung Borussia Magdeburg zu Krefeld



*Von Paradoxien, Antinomien und dem Zufall*  
von Gunter Berauer

*Sehr geehrte Damen und Herren, liebe Farben- und Bundesbrüder.*

Mein Vortrag wird sich mit Paradoxien, Antinomien und dem Zufall beschäftigen. Ein interessantes aber auch amüsantes Thema, das ich Euch mit lockerem Ernst nahe bringen möchte. Ich wünsche Euch viel lehrreichen Spaß dabei.



## Gliederung

Dieser  
Satz ist  
falsch!

1. *Einleitung / Begriffe*
2. *Auflösbare Paradoxien*
3. *Nicht auflösbare Paradoxien oder Antinomien*
4. *Antinomien und die physikalisch-reale Welt*
5. *Ein Modell unserer Welt*
6. *Vom Einfluss des Zufalls in der Welt*

Teile übernommen aus einer Vorlesung von Professor Vollmer  
an der TU München im WS 2016/17 mit dem Titel:

*Paradoxien und Antinomien,  
Stolpersteine auf dem Weg zur Wahrheit*

## *Gliederung*

Ich werde meine Ausführungen in sechs Kapitel gliedern.

Nach einer Einführung werden wir uns zuerst Beispiele von auflösbaren Paradoxien anschauen, dann Beispiele von nicht auflösbaren, die man auch Antinomien nennt. Von diesen werde ich dann den Bogen zu unserer physikalisch realen Welt schlagen und zum Schluss noch kurz auf den Einfluss des Zufalls in unserer Welt eingehen.

In einer Vorlesung an der TU München hat Professor Vollmer Paradoxien und Antinomien einmal *Stolpersteine auf dem Weg zur Wahrheit* genannt. Diesen Stolpersteinen wollen wir uns jetzt widmen.

## 1. Einleitung / Begriffe

### Paradoxon/Paradoxie

- \* *Etwas, das gegen die Erwartung spricht*
- \* *Einen wirklichen/ scheinbaren Widerspruch enthält*
- \* *Auflösbare/ nicht auflösbare*



### Antinomie

- \* *Nicht auflösbares Paradoxon,*
- \* *z.B. eine Aussage, die weder wahr noch falsch ist*

Barbier-  
problem

### Zufall

- \* *Ein Ereignis, scheinbar oder tatsächlich ohne Ursache*
- \* *Eine Tatsache, für die es keine Erklärung gibt*
- \* *Etwa Unerklärliches*



Warum beschäftigt man sich mit so etwas?

*Wahrheit verbirgt sich oft hinter Widersprüchen  
und Unerklärlichem*

### Zunächst zu den Begriffen:

Paradox nennen wir etwas, wenn es gegen unsere Erwartung spricht oder wenn es einen wirklichen oder scheinbaren Widerspruch enthält. Eines der interessantesten aber auch am schwierigsten auflösbaren Paradoxa ist das der unerwarteten Hinrichtung. Wir werden uns diese auch später genau ansehen.

Antinomien nennt man, wie schon gesagt, die nicht auflösbaren Paradoxien. Es geht da oft um Dinge/Aussagen, die weder wahr noch falsch sind, oder beides gleichzeitig sein können. Das bekannteste Beispiel ist das später auch vorgestellte Barbierproblem.

Von Zufall reden wir bei einem tatsächlich oder scheinbar Ursache-losen Ereignis, oder einer Tatsache, für die es keine Erklärung gibt. Der bekannteste *Zufallsgenerator*, so will ich das man nennen, ist der Würfel.

Nun kann man sich fragen, ob es sich überhaupt lohnt, sich mit solchen obskuren Dingen zu beschäftigen. Die Antwort ist: Ja, es lohnt sich, denn Wahrheit verbirgt sich oft hinter Widersprüchen und Unerklärlichem.

## 2. Auflösbare Paradoxien

### Späßige Paradoxa

- \* *Wenn ein Kahlkopf sich die Haare rauft*
- \* *Wenn ein Arzt kalte Umschläge warm empfiehlt*
- \* *Wenn ein Lokführer keinen Zug verträgt*



**Vermischung wörtlicher und  
methaphorischer Bedeutung**

### *Späßige Paradoxa*

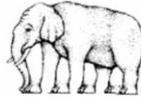
Beginnen wir mit bei der Betrachtung der auflösbaren Paradoxa mit ein paar spaßigen Beispielen, bei denen der Eindruck des Paradoxen dadurch entsteht, dass die wörtliche und die metaphorischen Bedeutung von Begriffen vermengt werden.

So kann sich eben auch ein Kahlköpfiger im übertragenen Sinne die Haare raufen. Und so hat eine warme Empfehlung nichts mit Temperatur in Grad und ein Luftzug nichts mit einem Eisenbahnzug zu tun.

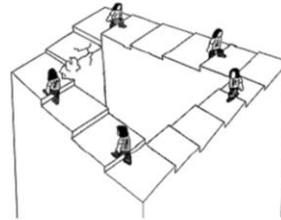
## Auflösbare Paradoxien (cont.)

### Einfache Paradoxa

\* *Wieviel Beine hat der Elefant?*



\* *Unendliche Treppe*



\* *Seltsames Dreieck*



**Optische oder Sinnestäuschungen**

### *Einfache Paradoxa*

Bei diesen Beispielen hier handelt es sich um optische Täuschungen.

Der Elefant ist so trickreich gezeichnet, dass die am Boden als Füße erkennbaren Gebilde, wenn man sie nach oben hin verfolgt, in dem Zwischenraum zwischen zwei Beinen münden, und was oben als Bein erscheint, wenn man es nach unten verfolgt, endet am Boden als Zwischenraum zwischen zwei Füßen. Die Frage nach der Anzahl seiner Beine ist deshalb nicht klar zu beantworten.

Bei der Treppe ist der rechte vordere Teil perspektivisch falsch gezeichnet, und so entsteht der Eindruck, man ginge immer bergauf, würde aber trotzdem mit jeder Umrundung keine Höhe gewinnen.

Bei dem seltsamen Dreieck kommt der menschliche Betrachter deshalb in Schwierigkeiten, weil er aus dem optischen Eindruck von Linien und Grauwerten in seinem Gehirn ein räumliches Gebilde konstruieren möchte, was ihm aber partout nicht gelingen will und nicht gelingen kann. Ich persönlich bin sogar absolut unfähig, darin nur ein flächenhaftes Gebilde zu sehen, was es ja in Wahrheit ist.

## Beim Fernsehen



28. Oktober 2017

Gunter Berauer

6

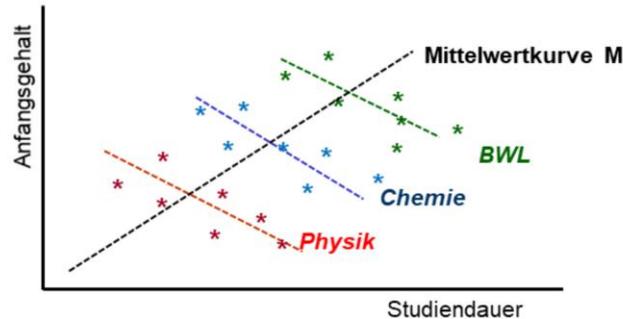
### *Hier ein amüsanter Beispiel vom Fernsehen.*

Zwei Herrschaften schauen eine Sendung an, in der eine Dame vor einem Fernsehgerät sitzt, auf dessen Bild gerade eine herrliche Landschaft abgebildet ist.

Sagt sie zu ihm: „Schau, August, die Dame in dem Film hat doch ein viel klareres Fernsehbild als wir“. Nun ja, das ist natürlich ein Irrtum, denn das Bild im Bild hat ja i.a. weniger Bildpunkte und damit eine kleinere Auflösung als das Bild selbst und kann deshalb auch nicht besser sein.

## Aus der Statistik

### Studiendauer und Anfangsgehalt



Die M-Kurve legt nahe:  
Je länger man studiert, desto höher das Anfangsgehalt

**Fehlinterpretation:** In der M-Kurve überlagern sich die Gehaltsunterschiede zwischen den Fächern und das Sinken der Gehälter mit der Studiendauer

## Aus der Statistik

Man sagt ja immer, mit der Statistik könne man alles beweisen. Das folgende Paradoxon ist dafür ein schönes Beispiel.

Allgemein ist bekannt, dass die Industrie Hochschulabsolventen, die lange studiert haben, im Durchschnitt ein kleineres Anfangsgehalt zahlt, als denen, die ihr Studium schnell durchgezogen haben.

Nun gibt es aber Umfragen unter Absolventen, die, trägt man die Antworten in ein Diagramm ein, ein solches Bild liefern, das einen anderen Eindruck vermittelt. Zeichnet man durch den Punktehaufen eine Mittelwertkurve, so vermittelt diese den Eindruck, dass man um so mehr verdiene, je länger man studiert hat.

Das Paradoxon ist schnell erklärt, wenn man die Umfrageergebnisse nach Berufen sortiert. Es hatten sich nämlich Physiker, Chemiker und BWLer an der Umfrage beteiligt. Berufsgruppen, in denen generell unterschiedliche Gehälter bezahlt werden. BWLer liegen meist an der Spitze, dann folgen die anderen beiden auch mit einem gewissen Gehaltsunterschied. In jeder der Berufsgruppen gilt aber, dass die langsam Studierenden weniger verdienen als die Schnellen, was die individuellen Mittelwertkurven hier auch zeigen.

Das Paradoxon rührte also daher, dass sich in der Gesamtmittelwertkurve die Gehaltsunterschiede zwischen den Fächern und die mit der Studiendauer sinkenden Anfangsgehälter überlagert hatten.

## Mathematische Paradoxa

*Beweis, dass fünf gleich sieben ist*

$$\begin{array}{ll}
 3 \cdot b = 2 \cdot a & \text{mal 6} \\
 18 \cdot b = 12 \cdot a & - 63 \cdot b \\
 - 45 \cdot b = 12 \cdot a - 63 \cdot b & + 30 \cdot a \\
 30 \cdot a - 45 \cdot b = 12 \cdot a - 63 \cdot b & \text{ausklammern} \\
 5 \cdot (6 \cdot a - 9 \cdot b) = 7 \cdot (6 \cdot a - 9 \cdot b) & \text{kürzen}
 \end{array}$$

**Ergebnis: 5 = 7**

*Auflösung des Paradoxon:*

$$\underbrace{5 \cdot (6 \cdot a - 9 \cdot b)}_0 = \underbrace{7 \cdot (6 \cdot a - 9 \cdot b)}_0 \quad \rightarrow \quad 5 \cdot 0 = 7 \cdot 0$$

### *Als nächsten ein Beispiel aus der Mathematik.*

Jeder von Euch hat sicher schon einmal von seltsamen Rechnereien gehört, mit denen man angeblich beweisen kann, dass zwei unterschiedliche ganze Zahlen gleich seien. Hier ein Beispiel für  $5=7$ .

Man beginnt mit dem Postulat, dass  $3b = 5a$  sei. Multiplikation mit 6 ergibt die zweite Gleichung. Nun kann man auf beiden Seiten der Gleichung erst  $63b$  subtrahieren und dann  $30a$  addieren. Bei dem, was sich da ergibt, kann man dann links eine 5 und rechts eine 7 ausklammern. Man erhält dann eine letzte Gleichung, in der rechts und links der selbe Klammerausdruck erscheint. Kürzt man diesen heraus, dann erhält man tatsächlich, dass  $5 = 7$  sei.

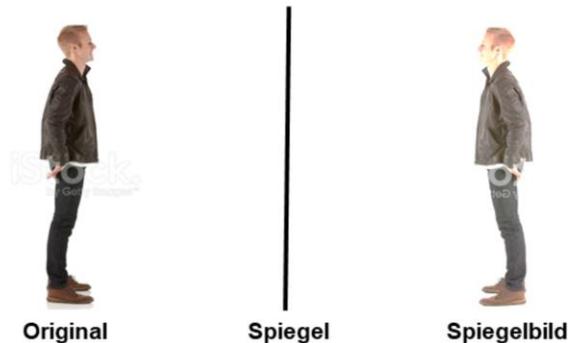
Was ist da falsch gelaufen?

Da nach der ersten Gleichung  $3b = 5a$  ist, und damit  $9b = 6a$ , ist der Klammerausdruck hier unten gleich Null. Die letzte Gleichung lässt sich also schreiben als  $5 \cdot 0 = 7 \cdot 0$ . Das ist natürlich richtig, bedeutet aber nicht, dass  $5 = 7$  ist. Durch Null darf man eben nicht teilen, sonst kann man jeden Blödsinn beweisen.

## Das Spiegelparadoxon

Man sagt, ein Spiegel vertausche links und rechts,  
warum vertauscht er nicht oben und unten ??

- Lösung:**
1. Er vertauscht vorne und hinten
  2. Hineindreuen in unser Spiegelbild um Symmetrieachse



## Das Spiegelparadoxon

Auch in einem simplen Spiegel kann man etwas Paradoxes erkennen.

Wenn man vor dem Spiegel steht und die rechte Hand hebt, dann hebt das Spiegelbild die linke und umgekehrt. Und das veranlasst uns zu der Behauptung, der Spiegel vertausche rechts und links.

Wieso sollte er das aber tun? Was sollte sogar einen runden Spiegel dazu veranlassen rechts und links zu vertauschen und nicht etwa oben und unten? Das klingt in der Tat doch sehr paradox.

Wie sieht die Lösung aus:

Physikalische Erklärung: der Spiegel vertauscht nicht rechts und links, sondern vorne und hinten. Alles andere erklärt sich dann von selber.

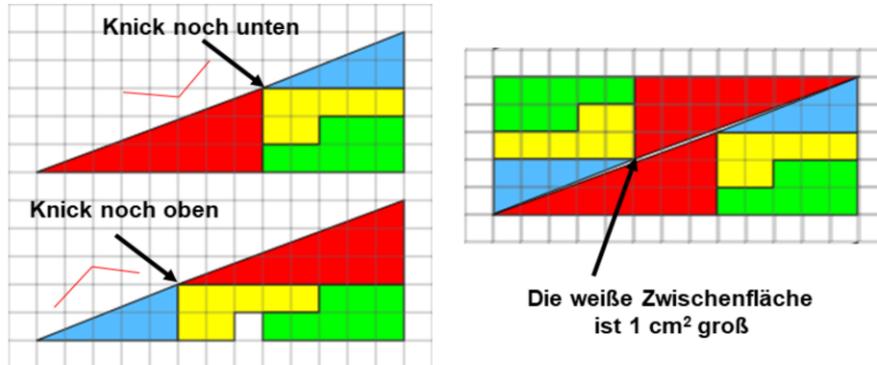
Subjektive Erklärung: Wenn ich mich in mein Spiegelbild hineinversetzen möchte, drehe ich mich gedanklich um meine Symmetrieachse in das Spiegelbild hinein. Dabei landet meine rechte Hand auch tatsächlich auf der wirklich rechten Seite des Spiegelbildes. Wenn ich meine rechte Hand bewege, bewegt mein Gegenüber aber nicht die Hand, die ich als seine rechte wähne. So komme ich zu dem Schluss, der Spiegel vertausche rechts und links.

Wenn wir Menschen oben-unten-symmetrisch wären, dann würden wir uns vermutlich über Kopf in unser Spiegelbild hineindreuen und dann zu dem Schluss kommen, ein Spiegel vertausche oben und unten.

D.h. Die subjektive Einschätzung darüber, was ein Spiegel vertauscht, hängt von den Symmetrieeigenschaften des Betrachters ab.

## Schwierigere Paradoxa: Aus der Geometrie

Woher kommt das zusätzliche Feld?



Beide Gebilde sind **keine** sauberen Dreiecke von  $5 \times 13 / 2 = 32,5 \text{ cm}^2$ . Das obere ist um  $0,5 \text{ cm}^2$  kleiner und das untere um  $0,5 \text{ cm}^2$  größer.

### Aus der Geometrie

Im Bereich der Geometrie finden sich eine ganze Reihe schon etwas schwieriger auflösbarer Paradoxa. Hier ein Beispiel.

Wenn man das obere Dreieck in die vier farblich verschiedenen Teile zerschneidet und wie hier unten gezeigt in etwas anderer Weise wieder zusammensetzt, bleibt paradoxer Weise ein Feld frei. Aber wo kommt das auf einmal her?

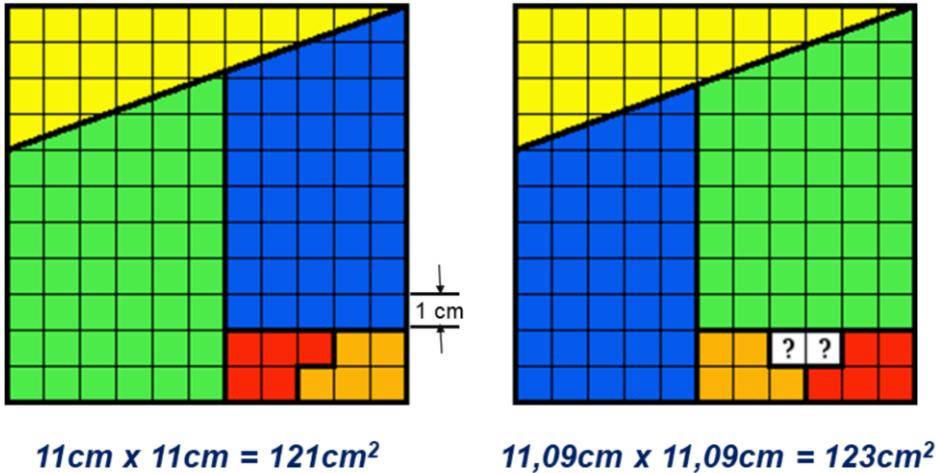
Lösung:

Wenn man sich die beiden Dreiecke genauer ansieht, erkennt man, dass beide keine korrekten Dreiecke sind. Im oberen gibt es in der Grundlinie des Dreiecks hier einen leichten Knick nach unten und im unteren dort einen leichten Knick nach oben. Wären es exakte Dreiecke, so müssten sie beide eine Fläche von  $32,5 \text{ cm}^2$  haben. Durch die Knicke hat das obere nur 32 und das Untere 33. Daher das freie Feld.

Den Trick kann man auch schön erkennen, wenn man das obere Dreieck zweimal verdreht übereinanderlegt. Der schmale weiße Streifen zwischen den beiden Dreiecken hat dann genau die fehlende Fläche von  $1 \text{ cm}^2$ .

## Aus der Geometrie (cont.)

*Hier sind gleich zwei Felder zu viel !!*



Bei diesem zweiten Beispiel eines geometrischen Paradoxons entstehen sogar auf einmal zwei neue Felder. Darauf will ich aber hier nicht weiter eingehen. Ich habe für jeden Tisch zwei Versionen zum Spielen mitgebracht. Nach dem Vortrag könnt Ihr dann selbst mal versuchen herauszukriegen, woher die beiden weißen Flächen kommen.

### Die Vermehrung der Weihnachtsbäume



28. Oktober 2017

Gunter Berauer

12

### Die Vermehrung der Weihnachtsbäume

Es naht ja nun schon die Advents- und Weihnachtszeit. Und da wollte Euch einmal zeigen, wie man aus neun Weihnachtsbäumen zehn macht. Vielleicht kann der eine oder andere von Euch den Trick einmal brauchen. (Der im folgenden beschriebene Vorgang lässt sich in dieser Notizenansicht nicht genau nachvollziehen, das geht nur in der animierten PowerPoint-Version).

Man lege sich die neun Bäume leicht gegeneinander versetzt nebeneinander, wie hier gezeigt. Dann säge man sie alle entlang der roten Linie durch. Dann verschiebe man die unten abgeschnittenen Teile um eine Einheit nach rechts und klebe sie mit den oberen Teilen wie gezeigt wieder zusammen. Und siehe da, jetzt haben wir zehn Bäume. Jedem Baum fehlt zwar jetzt irgendwo ein Stückchen, bei jedem Baum woanders, was aber niemandem auffallen dürfte.

Dasselbe mit Geldscheinen zu machen, ist natürlich viel leichter und auch viel lukrativer. Aber vergesst das bitte wieder, nicht das mich jemand wegen Anleitung zum Geldfälschen anzeigt. Außerdem sind die heute in den Kaufhäusern verwendeten Prüfgeräte so gut, dass die so gefälschten Scheine vermutlich ohnehin erkannt würden.

## Schwer auflösbares Paradoxon

### Die unerwartete Hinrichtung

#### Richter zum Angeklagten:

Sie werden im Laufe der nächsten Woche (Mo-Sa) hingerichtet **und** Sie werden es am Morgen des betreffenden Tages nicht wissen.



#### Delinquent denkt:

- \* Am Samstag? **NEIN**, denn dann wüsste ich es ja morgens schon, d.h. Freitag = letzter Tag
- \* Am Freitag? **NEIN**, denn dann wüsste ich es ja auch schon morgens, d.h. Donnerstag = letzter Tag
- \* Ganz analog entfallen der Donnerstag, der Mittwoch usw.
- \* Also werde ich überleben.

Am Mittwoch wird er dann doch zur Hinrichtung geführt.  
Und – war überrascht! Wie konnte das sein?

### Zum Abschluss des Kapitels über auflösbare Paradoxien hier noch eine besonders vertrackte Version

Der Richter verurteilt einen Delinquenten zum Tode mit den Worten: „Sie werden zwischen Montag und Freitag vom Henker zum Schafott geführt und werden es aber am Morgen des betreffenden Tages **nicht** wissen.“

Der Delinquent stellt daraufhin folgende Überlegung an:

Am letzten Tag, dem Samstag, kann es nicht passieren, denn dann wüsste ich es ja am Morgen. Also ist Freitag der letztmögliche Tag meiner Hinrichtung.

Am nunmehr letzten Tag, dem Freitag, kann es aber auch nicht passieren, denn dann wüsste ich es ja auch schon am Morgen. Also ist Donnerstag der letzte Tag meiner Hinrichtung.

Genauso wie den Freitag, kann ich dann aber auch den Donnerstag, den Mittwoch, Dienstag und Montag ausschließen. Also werde ich überleben!

-----

Am Mittwoch erscheint dann aber doch der Henker und führt ihn zum Schafott, und der Delinquent hat es nicht gewusst, wie der Richter ihm ja prophezeit hatte.

Frage: Wie ist das möglich?

### Auflösung des Paradoxons

- Wo liegt der Denkfehler des Delinquenten?

#### Eine Erklärung

**Schluss S1:** *wenn: Ich lebe Sa. früh noch (Voraussetzung V),  
dann: Samstag*

**Schluss S2:** *wenn: Samstag  
dann: Freitag letztmöglicher Tag*

**Schluss S3:** *wenn: Freitag letztmöglicher Tag  
dann: Freitag*

**Analyse:** *S3 basiert auf S2 und S2 basiert auf S1.  
Voraussetzung V für S1 gilt damit auch für S2 u. S3*



*Ich überlebe den Freitag, unter der Voraussetzung,  
dass ich am Samstag früh noch lebe – na klar !!*

**S3 wiederholt nur seine eigene Voraussetzung**

Wo liegt der Denkfehler des Delinquenten? Hat jemand eine Idee?

Es gibt mehrere Versuche diese Paradoxie aufzulösen. Hier eine, die mir am plausibelsten erscheint.

Als erstes schließt der Delinquent (Schluss S1), dass er den Samstag ausschließen kann, wenn er am Samstagmorgen noch lebt. Daraus schließt er weiter (Schluss S2), dass Freitag der letzte mögliche Tag sei, und daraus wiederum (Schluss S3), dass auch der Freitag als Hinrichtungstag nicht in Frage kommt.

S3 ist nur richtig, wenn S2 richtig ist, S2 ist nur richtig wenn S1 richtig ist, und S1 ist nur richtig, wenn die Voraussetzung für S1 gilt. Da die Schlüsse aufeinander aufbauen, gilt auch S3 nur, wenn die Voraussetzung für S1 erfüllt ist, nämlich dass er am Samstag früh noch lebt. D.h. Der Delinquent hat mit seiner Überlegung lediglich gezeigt, dass er am Freitag nicht hingerichtet werden kann, wenn er am Samstagfrüh noch lebt. Nun ja, das ist ja aber selbstverständlich. Der Schluss S3 bringt keine neue Erkenntnis, er wiederholt lediglich seine eigene Voraussetzung.

### **Erweiterte Schlussfolgerung**

- **Wenn** der Delinquent zu der Überzeugung kommt, nicht vom Henker überrascht werden zu können, (*Gleichgültig* auf Grund welcher Argumente)
- **Dann** kann er gerade *wegen dieser Überzeugung* jeden Tag vom Henker überrascht werden

*Es gibt also Dinge (hier die Überraschung), die gerade deshalb eintreffen, weil man vom Gegenteil überzeugt ist*

*Beim Placebo-Effekt gilt:  
Es gibt Dinge (hier die Heilung), die gerade deshalb eintreffen, weil man von ihnen überzeugt ist*

Diesem Paradoxon kann man noch eine andere Erkenntnis abgewinnen.

Gleichgültig aus welchen Gründen der Delinquent zu der Überzeugung kommt, der Henker könne ihn nicht überraschen, so kann er gerade durch diese Überzeugung eben doch überrascht werden.

Mit anderen Worten: Es gibt Dinge in der Welt, die gerade deshalb eintreffen, weil man sie für ausgeschlossen hält. (Diesen Effekt werden wir bei den im folgenden zu behandelnden Antinomien übrigens wiederfinden).

Wir kennen auch das Gegenteil. Beim Placebo-Effekt verhält es sich nämlich genau anders herum. Dabei kann etwas (und zwar die Heilung) gerade deshalb eintreffen, weil man davon überzeugt ist.

*In unsere Welt gibt es also Dinge, die man durch den Glauben daran ermöglicht, aber auch andere, die man dadurch ermöglicht, dass man sie für unmöglich hält.*

### 3. Nicht auflösbare Paradoxien oder Antinomien

#### Der Barbier von Sevilla

Der Barbier rasiert in Sevilla alle und nur die, die sich **nicht** selbst rasieren

**Frage:** Rasiert er sich selbst?



**Alternative 1**    *Er rasiert sich nicht*

Dann ist er aber einer, der sich selbst nicht rasiert und muss sich deshalb doch rasieren

**Alternative 2**    *Er rasiert sich*

Dann ist er aber einer, der sich selbst rasiert und darf sich deshalb nicht rasieren

**Der Barbier darf sich weder rasieren, noch sich nicht rasieren**

#### *Kommen wir nun zu den Antinomien.*

Eine der Bekanntesten ist das Barbierproblem:

Da gibt es einen Barbier, sagen wir in Sevilla, der alle und nur die rasiert, die sich selbst nicht rasieren. Die Frage, ob er sich selbst rasiert, führt auf ein unlösbares Problem.

Wenn er sich nämlich nicht rasiert, dann ist er einer, der sich selbst nicht rasiert, und müsste sich deshalb aber doch rasieren. Rasiert er sich aber, dann ist er einer, der sich selbst rasiert, und dürfte sich deshalb eigentlich nicht rasieren.

Fazit: der Barbier darf sich weder rasieren noch sich nicht rasieren.

### Krokodil in Entscheidungsnot

#### Krokodil zum Hasen:

*Ich könnte dich fressen. Wenn Du aber richtig rätst, was ich mit Dir tun werde, lass ich dich am Leben.*

*HM, was kann ich denn jetzt tun?*

#### Nach einigem Überlegen antwortet der Hase:

*Du wirst mich fressen.*



#### Überlegungen des Krokodils:

- a.) Fresse ich ihn, hätte er richtig geraten, also dürfte ich ihn nicht fressen.
- b.) Fresse ich ihn nicht, dann hat er falsch geraten, also müsste ich ihn doch fressen.

**Das Krokodil darf den Hasen weder fressen, noch am Leben lassen.**

### Krokodil in Entscheidungsnot

Ein zweites schönes Beispiel handelt von einem Krokodil, das einen Hasen gefangen hat. Er sagt dem Hasen, er habe Hunger und wolle ihn jetzt fressen. Er würde ihn aber dennoch leben lassen, wenn der Hase richtig errate, was das Krokodil mit ihm machen werde.

Nach kurzem Überlegen sagt der Hase: „Du wirst mich fressen“. Damit hat das Krokodil nun aber ein Problem. Wenn es nämlich den Hasen frisst, dann hat der Hase richtig geraten, und dann darf das Krokodil ihn nicht fressen. Frisst es ihn aber nicht, dann hat der Hase falsch geraten, und es muss ihn doch fressen.

Das Krokodil darf den Hasen also weder fressen, noch darf es ihn nicht fressen. Über diesem Hin und Her ist das Krokodil schließlich verhungert und der Hase war frei.

### Der Russel'sche Katalog (B. Russel 1872 bis 1970)

- ➔ Es gibt Inhaltsverzeichnisse, die sich selbst verzeichnen (wie in der BN), andere tun das nicht -- Dasselbe gilt für Kataloge
- ➔ Russel'scher Katalog:  
Der Katalog **aller** Kataloge, die sich selbst **nicht** verzeichnen

**Frage:** Muss der Russel'sche Katalog in ihm selbst verzeichnet sein oder nicht?

#### Alternative 1

**R.K.**

**Katalog 1: Hutkatalog**  
**Katalog 2: Mäntelkatalog**  
**Katalog 3: Sockenkatalog**  
 ...  
 ...  
**Katalog N: R.K.**

**Beides  
nicht  
zulässig  
!!!**

#### Alternative 2

**R.K.**

**Katalog 1: Hutkatalog**  
**Katalog 2: Mäntelkatalog**  
**Katalog 3: Sockenkatalog**  
 ...  
 ...

## Der Russel'sche Katalog

Es gibt Inhaltsverzeichnisse, die sich selbst auflisten (wie ich das bei den Borussen-Nachrichten immer tue), und solche, die sich nicht selbst auflisten. Und so gibt es auch Kataloge (oder besser Kataloge von Katalogen), die sich selbst verzeichnen und solche, die das nicht tun. Nun könnte man in einem Überkatalog alle die Kataloge auflisten, die sich selbst auflisten, und in einem zweiten all jene, die sich nicht selbst auflisten. Der erstgenannte muss sich natürlich auch selbst auflisten, wodurch er ja auch ein Katalog wird, der in diesem Überkatalog zu nenne ist. Bei dem *Katalog aller Kataloge, die sich selbst nicht verzeichnen* gibt es da aber ein Problem, das erstmalig von dem Mathematiker B. Russel formuliert wurde, weswegen der Katalog auch Russel'scher Katalog genannt wird.

Russel stellte sich die Frage, ob dieser Katalog sich selbst verzeichnen muss oder nicht. Nehmen wir einmal an, es gäbe Kataloge über Hüte, Mäntel und Socken, die sich nicht selbst verzeichnen, dann gehören diese ja in den Russel'schen Katalog hinein, wie hier unten auch gezeigt.

Wenn wir nun den R.K. in ihm selbst verzeichnen würden, wie hier links angedeutet, dann wäre er aber ein Katalog, der sich selbst verzeichnet, und dürfte deshalb nicht darin verzeichnet werden. Tun wir das aber nicht, wie hier unten rechts dargestellt, dann ist der R.K. aber ein Katalog, der sich selbst nicht verzeichnet und müsste sich gerade deshalb doch verzeichnen.

Beides ist unzulässig. Oder mit anderen Worten: Der R.K. muss sich selbst verzeichnen, genau dann, wenn er das nicht tut.

### *Sich selbst widersprechende Sätze*

#### *Ich lüge jetzt*

- ➔ Wenn der Satz stimmt, dann ist er selbst eine Lüge und damit stimmt es nicht, dass ich jetzt lüge
- ➔ Wenn ich aber jetzt nicht lüge, dann ist der Satz richtig und ich lüge doch

#### *Dieser Satz ist falsch*

**Beide Sätze sind genau dann richtig, wenn sie falsch sind und umgekehrt**

### *Dann gibt es da noch die sich selbst widersprechende Sätze*

Der erste hier aufgeführte Satz dieser Art stammt (etwas anders formuliert) schon aus der Antike. Wenn die Aussage stimmt, dass der Redner jetzt lügt, dann ist seine Aussage falsch, was wiederum bedeutet, dass der Redner jetzt **nicht** lügt. Lügt er aber jetzt **nicht**, dann ist die Aussage des Satzes aber wahr, und damit lügt der Redner **doch**, und damit ist die Aussage wiederum falsch und er lügt **nicht** und damit ... usw.usw.

Bei dem zweiten Satz kommt man genauso in dem Wald.

Die Sätze sind beide genau dann richtig, wenn sie falsch sind und umgekehrt.

## Rückgekoppelte System in der Technik

Beispiel aus der E-Technik/Regelungstechnik



$$y = x - y$$

$$y = x/2$$

bei  $x = 0$  →

keine Lösung  $y \neq 0$  möglich →

\* Jeder Wert für  $y$  bewirkt instantan seine eigene Negierung

**Oder:  $Y$  hat genau dann einen positiven Wert, wenn der Wert negativ ist**

## Rückgekoppelte Systeme in der Technik

Interessant ist, das man auch in der Technik, etwa in der Elektrotechnik, Antinomien herstellen kann.

In diesem Beispiel wird die Ausgangsgröße der Schaltung mit -1 multipliziert und wieder auf den Eingang zurückgeschaltet. Am Ausgang ergibt sich durch diese Rückkopplung der halbierte Wert der Eingangsgröße  $x$ . Man kann mit so einer Schaltung also eine Größe  $x$  durch zwei dividieren. Wenn keine Eingangsgröße anliegt, also  $x=0$  ist, dann ist kein von Null verschiedener Ausgangswert  $y$  möglich. Jeder Wert  $y$  am Ausgang bewirkt durch die Rückkopplung augenblicklich seine eigene Negierung. Denn bei  $x=0$  liefert die Schaltung das Ergebnis  $y = -y$

Das kennen wir ja schon von den bisher betrachteten Antinomien.

Rein technisch gesprochen würde uns, wenn wir bei  $y$  eine von Null verschiedene Spannung anlegten, sie Sicherung rausfliegen

## Gedanken zur Vermeidung der Unentscheidbarkeiten

### ● Selbstbezüge und Rückkopplungen ausschließen

- \* selbstbezügliche Sätze verbieten

~~Dieser Satz ist falsch~~

- \* sprachliche Rückkopplungen verbieten (z.B. beim Barbier)
- \* Vorsicht bei Verhaltensrückkopplungen (z.B. beim Krokodil)
- \* Vorsicht bei sich selbst beinhaltenden Gebilden

~~sich selbst nicht auflistende  
Kataloge~~

*Selbstbezüge und Rückkopplungen sind vermeidbar  
bei sprachlichen Konstruktionen  
Nicht vermeidbar bei der Beschreibung der realen Welt,  
in dieser sind Rückkopplungen gang und gäbe*

### *Vermeidung von Unentscheidbarkeiten*

Die Frage stellt sich nun, ob und wie man diese ärgerlichen Unentscheidbarkeiten vermeiden kann.

Dazu müsste man Selbstbezüge und Rückkopplungen vermeiden. Etwa selbstbezügliche Sätze verbieten, den Barbier als seinen eigenen Kunden ausschließen, Verhaltensrückkopplungen wie beim Beispiel mit dem Krokodil ausschließen, Vorsicht walten lassen beim Umgang mit sich selbst beinhaltenden Gebilden, wie beim Russel'schen Katalog. Das mag ja alles gehen im sprachlichen Bereich. Nicht möglich ist das aber beim Umgang mit der realen physikalischen Welt, denn in ihr sind Rückkopplungen und Selbstbezüge gang und gäbe und deshalb nicht vermeidbar.

## 4. Antinomien und die physikalisch-reale Welt

*- Rückkopplungen sind gang und gäbe -*

### Beispiel Regelungssysteme

### Beispiel Wettergeschehen:

- \* Das Wetter beeinflusst die Bodenfeuchtigkeit
- \* Die Bodenfeuchtigkeit beeinflusst auch wieder das Wetter

### Beispiel menschliche Gesellschaft:

- \* Die Individuen formen durch ihr Verhalten die Gesellschaft
- \* Die Gesellschaft wirkt zurück auf das Verhalten der Individuen

*Die ganze Welt besteht aus rückgekoppelten Systemen*

### Wichtiger Unterschied zu den echten Antinomien:

- \* Selbstbezüge wirken in der Natur mit Zeitverzug, nicht instantan  
= *entzerrte Antinomien*

## *Antinomien und die physikalisch-reale Welt*

Ja, Rückkopplungen findet man in der realen Welt überall. Im technischen Bereich wird praktisch alles über Regelkreise, also über rückgekoppelte Systeme gesteuert.

Das natürliche Wettergeschehen ist auch ein rückgekoppeltes System. So beeinflusst das Wetter u.a. die Bodenfeuchtigkeit, und diese beeinflusst wieder rückwirkend das lokale Wettergeschehen.

Und im menschlichen Zusammenleben formen die Individuen durch ihr Verhalten die Gesellschaft, die dann wiederum rückwirkend das Verhalten der Individuen beeinflusst.

Und in der lebenden Natur verändert jede Spezies durch ihr eigenes Verhalten die Umwelt, was wiederum auf die Überlebenschancen der Art selbst zurückwirkt.

Kurz gesagt: Die ganze Welt besteht in allen Bereichen aus rückgekoppelten Systemen. Ein wichtiger Unterschied besteht allerdings zu den echten Antinomien: Die Rückkopplungen und Selbstbezüge in der realen Welt wirken mit Zeitverzug. Man kann auch von entzerrten Antinomien reden.

Nachtrag: Hier noch Eine schöne Antinomie aus dem menschlichen Leben: Manche Menschen haben vor einer Aufgabe immer Angst, sie würden versagen. Genau diese Angst bewirkt aber, dass sie die Aufgabe glänzend meistern. Ihre Angst bewirkt also, dass sie eigentlich keine Angst haben bräuchten.

## Entzerrte Antinomien - Strukturbildung

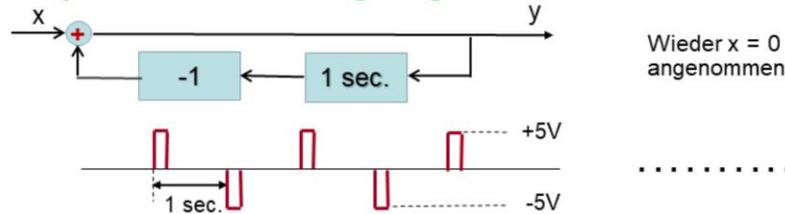
### Beispiel Barbier:

Entzerrung: Der Barbier rasiert **heute** alle, die sich **gestern** nicht selbst rasiert haben

Was macht jetzt der Barbier?

Vorgestern	Gestern	Heute	Morgen	Übermorgen
er rasiert sich nicht	er rasiert sich	er rasiert sich nicht	er rasiert sich	er rasiert sich nicht

### Beispiel Elektrotechnik/Regelungstechnik:



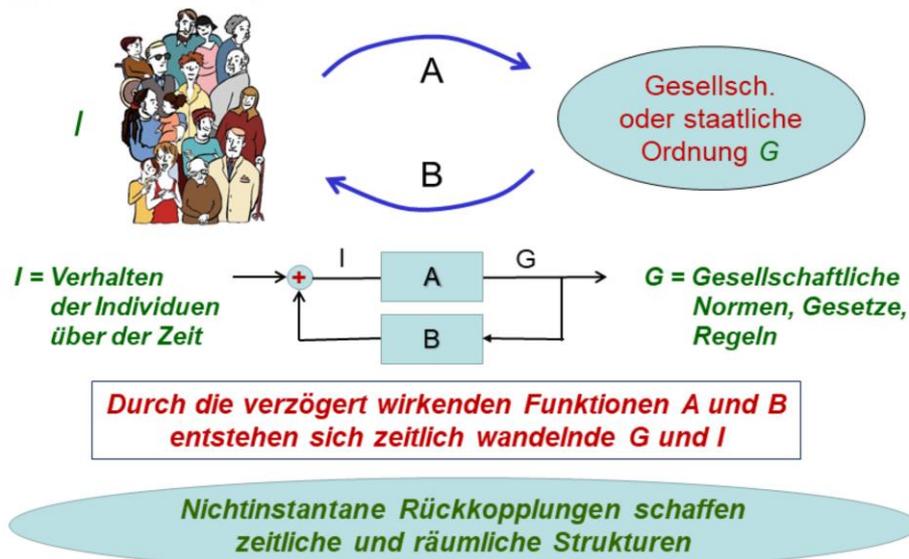
## Entzerrte Antinomien

Auf dem Bild soll an zwei Beispielen gezeigt werden, was passiert, wenn Antinomien entzerrt werden.

Wenn man z.B. beim Barbierproblem eine Zeitverzögerung einbaut, derart, dass der Barbier heute alle die rasiert, die sich gestern nicht selbst rasiert haben, dann erledigt sich das Problem, ob er sich nun selbst rasiert oder nicht. Es ergibt sich vielmehr, dass er sich abwechselnd einen Tag rasiert und den nächsten nicht rasiert. Es entsteht also ein klares Verhaltensmuster, oder eine Verhaltensstruktur.

In dem elektrotechnischen Beispiel könnte man zur Entzerrung z.B. in die Rückkopplung eine Verzögerung von 1 sec einbauen. Wenn man dann bei  $y$  einmal einen kurzen positiven Impuls aufbringt, dann wird dieser nach einer Sekunde im Rückkopplungszweig die Verzögerungsleitung verlassen und dann zu einem negativen Impuls gemacht, der wieder am Ausgang erscheint und dann abermals verzögert und umgepolt zurückläuft, wieder als positiver Impuls am Ausgang erscheint, usw. usw. Es entsteht also am Ausgang der Schaltung eine Folge von abwechselnd positiven und negativen Impulsen, also auch hier entsteht jetzt eine Struktur.

## Strukturbildung in menschlichen Gesellschaften



## Strukturbildung in menschlichen Gesellschaften

Kommen wir noch einmal auf das Beispiel der menschlichen Gesellschaft zurück.

Die Individuen I der Gesellschaft erzeugen durch ihr Handeln und Verhalten über die Funktion A die gesellschaftliche Ordnung G in Form von Normen, Gesetzen und Regeln. Diese wirken dann über die Funktion B wieder zurück auf das Verhalten der einzelnen Individuen.

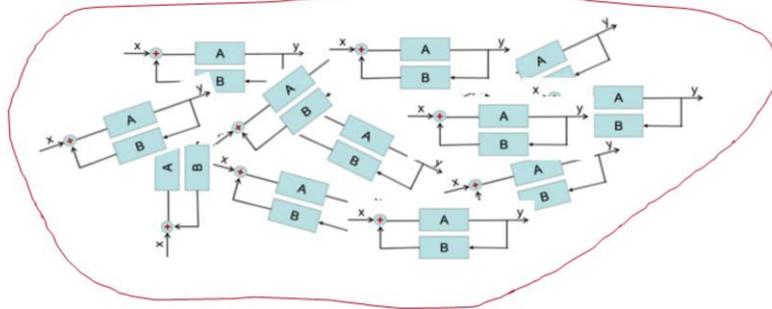
So entstehen durch die verzögert wirkenden Funktionen A und B sich zeitlich wandelnde gesellschaftliche Formen.

Ähnliches passiert nun auch in anderen Bereichen der Welt. Wir können also zumindest vermuten, dass alle in der Welt zu beobachtenden räumlichen und zeitlichen Strukturen auf die strukturbildende Wirkung nichtinstantaner Rückkopplungen zurückgeführt werden können.

In den Blöcken A und B sind dabei natürlich nicht nur Verzögerungen und Vorzeichenwechsel enthalten, sondern auch alle Arten mathematischer Verknüpfungen und Differentialgleichungen.

## 5. Ein Modell unserer Welt

*Ein hochvermaschtes Netz  
komplex rückgekoppelter Teilsysteme*



*Durch die vielfachen Rückkopplungen  
entstehen die Strukturen, die wir in der Welt über  
Raum und Zeit beobachten*

### *Ein Modell unserer Welt*

Wir dürfen also vermuten, dass man unsere ganze Welt als ein extrem hoch vermaschtes, vielfach komplex rückgeführtes System von einzelnen Systemteilen ansehen kann, wie ich es in dem Bild hier angedeutet habe und in dem all die vielen interessanten und schönen Strukturen entstehen, die wir in der Welt in Raum und Zeit beobachten.

## Kritik an dem Modell

- **Streng kausale naturgesetzliche Zusammenhänge in A, B**  
**Jedes Ereignis hat eine Ursache in diesem Weltmodell**

- **Folgen**

- *Die Zukunft hängt nur von den Anfangsbedingungen ab*
- *Bei gleichen Anfangsbedingungen: exakt gleiche Strukturen*

*Die so modellierte Welt wäre deterministisch,  
d.h. vorhersagbar, Freiheit wäre unmöglich!!*

- **Wir wissen aber, dass das nicht der Fall ist**

- *Indizien: Kosmologie, biologische Evolution, moderne Physik, unberechenbare Abläufe, Entscheidungsfreiheit*

- **Es muss also spontane Einflüsse geben, nicht kausal verursachte, zufällige Ereignisse**

*Der Zufall ist also notwendig*

## Kritik an dem Weltmodell

Nun hat aber das Weltmodell noch einige Kinken.

In den Blöcken A und B der vielen Rückkopplungsschleifen sind kausal naturgesetzliche Zusammenhänge mathematisch exakt abgebildet. Das führt dazu, dass der Ablauf der Geschehnisse in einer solchen Welt nur von den Anfangsbedingungen abhängt. Startet man diese Welt erneut mit den gleichen Anfangsbedingungen, so ergibt sich exakt dasselbe Geschehen.

Alles in dieser Welt wäre dann zumindest im Prinzip exakt vorhersagbar. Die Welt wäre deterministisch. Abweichungen vom vorherbestimmten Lauf der Dinge wären ausgeschlossen. Und so wäre auch keine Freiheit möglich.

Wir wissen nun aber, dass dies nicht der Fall ist. Indizien dafür liefern uns die Kosmologie, die biologische Evolution, seit etwa 100 Jahren aber auch die Quantenphysik. Und natürlich auch unser sicheres Bauchgefühl, dass es in unserer Welt auch unberechenbare und unvorhersagbare Abläufe geben muss.

Es muss also noch etwas in der Welt geben, das spontane, nicht kausal verursachte Ereignisse ermöglicht. Und das ist der Zufall. Um die Welt so sein zu lassen, wie wir sie beobachten, brauchen wir also noch den Zufall.

## 6. Vom Einfluss des Zufalls in unserer Welt

### Relativer oder epistemischer Zufall

- Ursachen existieren zwar, man kennt sie aber nicht oder sind praktisch nicht ermittelbar

Unkenntnis

### Absoluter oder ontischer Zufall

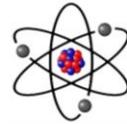
- Ereignisse, für in dieser Welt existieren keine Ursachen

Kenntnis unmöglich

Ja, es gibt ihn wirklich !!

### Ontische Zufall im Mikrokosmos

- Zerfallszeitpunkt eines radioaktiven Atoms
- Daraus folgende Strahlung und biologische Mutationen
- Unschärferelation: Orte und Geschwindigkeit unscharf



### Beispiele makroskopischer Unvorhersagbarkeiten

- Thermisches Rauschen, Lottozahlen, Würfeln, Münzwurf
- Verhalten von Pendeln, Fußballspiele



## Vom Einfluss des Zufalls in unserer Welt

Wir unterscheiden zwei Arten von Zufall. Von relativem, epistemischem oder auch uneigentlichen Zufall sprechen wir, wenn für ein Ereignis zwar Ursachen existieren, wir diese aber nicht kennen. Von absolutem, echtem oder ontischem Zufall sprechen wir, wenn es für ein Ereignis in dieser Welt gar keine Ursache gibt.

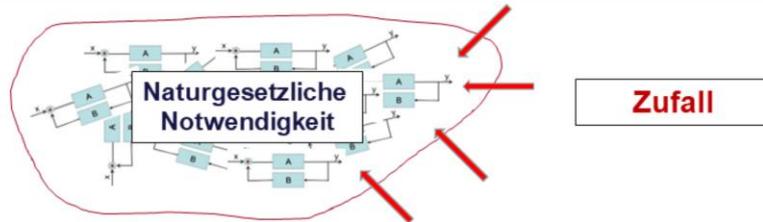
Und ja, auch wenn es viele nicht glauben, es gibt ihn, den echten Zufall!

Das beste Beispiel ist der radioaktive Atomzerfall. Bei einem radioaktiven Material wissen wir zwar, dass nach der Halbwertszeit die Hälfte der Atome zerfallen sein werden, den Zerfallszeitpunkt jedes einzelnen Atoms können wir aber in keiner Weise vorhersagen. Durch einen zufälligen Atomzerfall ausgelöste Höhenstrahlung trifft uns dann auch völlig zufällig und kann zufällig eine biologische Mutation auslösen, durch die sogar ein neue Art entstehen kann.

Eine weitere Quelle des Zufalls liefert die Unschärferelation der Quantenmechanik, nach der Ort und Geschwindigkeit von Objekten niemals beide exakt angebar sind.

Auch dieser Effekt transformiert sich aus dem Mikrokosmos in unsere Lebenswelt und sorgt dafür, dass z.B. die Lottozahlen tatsächlich echte Zufallszahlen sind, was im Grunde genommen auch für den Münzwurf und das Würfelspiel gilt, und dass man eben auch den detaillierte Verlauf eines Fußballspiels nicht vorhersagen kann.

## Ein korrektes Modell unserer Welt



- ◆ **Kreativität in der Natur: Das Zusammenspiel von Zufall und Notwendigkeit lässt alles werden**
  - *Spontane "Ideen" vom ontischen Zufall*
  - *Auswahl und Verwertung durch die Naturgesetze*
- ◆ **Kreativität des menschlichen Geistes:**
  - *Spontane Ideen liefert die Phantasie*
  - *Auswahl und Verwertung durch das rationale Denken*
- ◆ **Unschöne Wirkung des Zufalls**
  - *Durchkreuzt immer wieder unsere Vorhaben*

## Ein korrektes Modell unserer Welt

Wir müssen also unser Weltmodell um den Einfluss des Zufalls erweitern. Man kann das so darstellen, dass in unser deterministisches Weltmodell von außen der Zufall einwirkt und dort immer mal wieder die Vorgänge von den strikt kausalen Abläufen abbringt.

Die Kreativität in der Natur stellt sich dann dar als das Zusammenspiel des Zufalls mit der naturgesetzlichen Notwendigkeit. Der Zufall liefert dabei die spontanen Ideen, aus denen dann die Naturgesetze mit Hilfe der vorhandenen Umwelt auswählen.

Und genauso muss man sich die Kreativität des menschlichen Geistes vorstellen. Unsere Phantasie liefert uns spontane, meist zufällige Ideen, aus denen wir dann das Brauchbare mit unserem rationalen Denken auswählen.

Der Zufall ist also die Mutter der Kreativität im Weltall und in unserem Kopf. Neben dieser schönen Eigenschaft hat er aber die unangenehme Seite, dass er oft unsere Pläne und Vorhaben durchkreuzt und die Dinge anders werden lässt, als wir sie gewollt hatten. Aber damit müssen wir in dieser Welt leben.

Ich schließe mit einem Experiment, das uns zeigt,  
wie der Zufall in den Ablauf des Geschehens  
eingreifen kann, auch in den Ablauf unseres  
heutigen Festabends

.....

**Danke für Eure Aufmerksamkeit**

